**Pauta Control formativo 1. Fundamentos de la Computación.**

1. Sean los conjuntos A, B y C de un Universo U. Verificar usando demostración directa que:

(A∪B) – (C∩A) = (A – C) ∪ (B – C) ∪ (B – A)

**Solución**:

Sea x∈(A∪B) – (C∩A), entonces x∈(A∪B) y x∉(C∩A), luego:

(x∈A o x∈B) y (x∉C y x∉A)

Usando la distributividad de la disyunción respecto a la conjunción se tiene:

(x∈A y x∉C) o (x∈A y x∉A) o (x∈B y x∉C) o (x∈B y x∉A)

Como x∈A y x∉A es falso entonces se tiene:

(x∈A y x∉C) o (x∈B y x∉C) o (x∈B y x∉A)

Luego:

x∈(A – C) o x∈(B – C) o x∈(B – A)

Por lo tanto: x∈(A – C) ∪ (B – C) ∪ (B – A)

Luego:

(A∪B) – (C∩A) ⊆ (A – C) ∪ (B – C) ∪ (B – A)

Los pasos inversos son los mismos, luego se da la igualdad.

1. Demostrar usando inducción que n2 + n + 1 es impar para todo entero n ≥ 1.

**Solución**:

Base: en n = 1 se verifica que 12 + 1 + 1 = 3 es impar.

Hipótesis de inducción: n2 + n + 1 es impar para todo entero n ≥ 1

Tesis: (n+1)2 + (n+1) + 1 es impar para todo entero n ≥ 1.

Prueba:

(n+1)2 + (n+1) + 1 = n2 + 2n + 1 + n + 2 = (n2 + n + 1) + 2n + 2

Por hipótesis de inducción n2 + n + 1 es impar y al sumar un impar con un número par se obtiene un impar. Luego se verifica lo propuesto.

1. Demostrar que la relación R definida en ℤ tal que:

aRb ⇔ ∃n∈ℤ tal que a − b = 4n

1. Es una relación de equivalencia
2. Determinar la clase de equivalencia del 2.

**Solución**:

1. Refleja: aRa significa que a – a = 4\*0 = 0 para n = 0.

Simetría: aRb significa que ∃n∈ℤ tal que a − b = 4n, entonces:

b – a = –4n = 4(–n), luego bRa.

Transitividad: aRb y BRc significa que:

∃n∈ℤ tal que a − b = 4n

∃m∈ℤ tal que b − c = 4m

Entonces sumando: a – c = 4(n + m), o sea aRc.

1. [a] = {b/∃n∈ℤ tal que a − b = 4n}

[2] = {b/∃n∈ℤ tal que 2 − b = 4n}

[2] = {b/ ∃n∈ℤ tal que b = 2 – 4n}

[2] = {…, –10, –6, –2, 2, 6, 10,…}

1. Calcular:
2. Con las letras de la palabra **relación** ¿cuántas palabras distintas se pueden escribir que empiecen por vocal?

**Solución**: hay cuatro vocales: e, a, i y la o, seguida de cuatro consonantes, luego son: P4\*P4 = 4!\*4! = 576 permutaciones.

1. De 86 estudiantes 70 toman el curso de Programación, 30 el curso de Fundamentos y 25 ambos. Como ambos cursos programaron exámenes para el día siguiente, sólo los estudiantes que no estén en ninguno de estos cursos podrán ir a la fiesta de esta noche. Se quiere saber cuántos estudiantes irán a la fiesta.

**Solución**: Sea A = Estudiantes de Programación y B = Estudiantes de Fundamentos, entonces:

|A∪B| = |A| + |B| – |A∩B| = 70 + 30 – 25 = 75

Luego: 86 – 75 = 11 estudiantes irán a la fiesta.

1. Determinar, usando el Teorema del Binomio, el coeficiente del término central en el desarrollo de .

**Solución**: el binomio tiene 15 términos por lo que el término central es el octavo en el desarrollo:

Luego para r = 7 se tiene el término central:

1. En álgebra modular resolver sobre Z15 el sistema si tiene solución:

53m + 57p = 62

43p + 124m = 69

**Solución**: Aplicando módulo 15 se tiene:

8m + 12p = 2 ⇒ 4m + 6p = 1

13p + 4m = 9

Restando la primera de la segunda se obtiene:

7p = 8 ⇒ p = 8\*7-1 = 8\*13 = 14 (mod 15)

El inverso de 7 en módulo 15 es el 13.

Reemplazando en la primera ecuación:

4m + 84 = 1 ⇒ 4m = 7 ⇒ m = 7\*4-1 = 7\*4 = 13 (mod 15)